



**You have downloaded a document from  
RE-BUS  
repository of the University of Silesia in Katowice**

**Title:** Odnajdywanie prostoty w złożoności : wybrane zastosowania gier 2×2 w badaniach zjawisk politycznych

**Author:** Mateusz Wajzer

**Citation style:** Wajzer Mateusz. (2018). Odnajdywanie prostoty w złożoności : wybrane zastosowania gier 2×2 w badaniach zjawisk politycznych. "Przegląd Politologiczny" (Nr 2 (2018), s. 61-70), doi 10.14746/pp.2018.23.2.4



Uznanie autorstwa - Użycie niekomercyjne - Bez utworów zależnych Polska - Licencja ta zezwala na rozpowszechnianie, przedstawianie i wykonywanie utworu jedynie w celach niekomercyjnych oraz pod warunkiem zachowania go w oryginalnej postaci (nie tworzenia utworów zależnych).



UNIwersYTET ŚLĄSKI  
W KATOWICACH



Biblioteka  
Uniwersytetu Śląskiego



Ministerstwo Nauki  
i Szkolnictwa Wyższego

Mateusz WAJZER

Uniwersytet Śląski w Katowicach

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3108-883X>

## Odnajdywanie prostoty w złożoności. Wybrane zastosowania gier 2×2 w badaniach zjawisk politycznych<sup>1</sup>

**Streszczenie:** W artykule poruszono problematykę wykorzystania gier 2×2 w badaniach zjawisk politycznych. Omówiono zarówno podstawowe zagadnienia teoretyczne, jak i przykładowe zastosowania. Wśród zagadnień teoretycznych wyróżniono: równowagę Nasha, optymalność w sensie Pareto oraz aksjomaty charakteryzujące schemat arbitrażowy Nasha. Przykłady użycia gier 2×2 w badaniach politologicznych zaprezentowano, stosując podział na gry o wypłatach symetrycznych i gry o wypłatach asymetrycznych. W tych pierwszych relacje między poszczególnymi wypłatami są takie same dla obu graczy, natomiast w tych drugich są ustalane osobno dla każdego z uczestników gry. W analizach wykorzystano gry o schematach interakcji typu: chicken i polowanie na jelenia. Modele gier przyjęły postać strategiczną. Wypłaty graczy odzwierciedlono graficznie (w formie wieloboków) na układach współrzędnych.

Przeprowadzone analizy ukazują niewątpliwe zalety stosowania modeli teoriogrowych w badaniach politologicznych. Po pierwsze, modele teoriogrowe redukują analizowane zjawiska do niezbędnego minimum, pozwalając tym samym skoncentrować się badaczom na kluczowych aspektach zjawisk. Po drugie, język matematyki, którym posługuje się teoria gier, odznacza się niezwykłą precyzją oraz intersubiektywną komunikowalnością. Po trzecie wreszcie, stosowanie narzędzi teorii gier nie wymaga od badaczy znajomości rozbudowanego i skomplikowanego aparatu matematycznego.

**Słowa kluczowe:** teoria gier, gry 2×2, chicken, polowanie na jelenia, zjawiska polityczne, politologia

**T**eoria gier jest matematyczną teorią interakcji zachodzących między racjonalnymi graczami. Jako datę jej powstania zwykło się przyjmować rok 1944, kiedy to opublikowana została monografia *Theory of Games and Economic Behavior* Johna von Neumana i Oskara Morgensterna. Celem przyświecającym autorom było zapewnienie ekonomii solidnych podstaw naukowych. Osadzili oni idee czysto matematyczne w kontekstach ekonomicznych, tworząc teorię, która w krótkim czasie przeniknęła do innych dziedzin wiedzy. W latach 60. narzędzia teoriogrowe zastosowano w politologii (Schelling, 1960), a dekadę później – w biologii (Maynard Smith, Price, 1973). Obecnie przy ich użyciu rozpatruje się problemy tak odległe, jak np. przemoc szkolna (Komendant-Brodowska, 2009), z jednej strony, i bezpieczeństwo sieciowe (Liang, Xiao, 2013), z drugiej.

W niniejszym artykule podano dwa przykłady użycia gier 2×2 (dwóch graczy, dwie możliwości do wyboru) w badaniach zjawisk politycznych. Pierwszy dotyczy stosunków między partiami politycznymi tworzącymi koalicję rządową, drugi – współpracy wojskowej państw zaangażowanych w konflikt militarny. Gry 2×2 upraszczają analizowane interakcje do niezbędnego minimum. Strategia ta pozwala wnikać w nie, wydobywając te cechy i związki, które do tej pory umykały badaczom. Jedną z konsekwencji o zasad-

<sup>1</sup> Autor dziękuje dr. hab. Jackowi Hamanowi za cenne uwagi udzielone w trakcie pisania artykułu.

niczym znaczeniu dla politologów jest brak konieczności stosowania rozbudowanego aparatu matematycznego<sup>2</sup>.

Artykuł rozpoczyna się krótkim wprowadzeniem teoretycznym, dalej znajdują się przykłady gier, wieńczy go podsumowanie.

### Podstawowe zagadnienia teorii gier

Teoria gier dostarcza technik matematycznych umożliwiających analizę sytuacji strategicznych, tzn. takich, w których skutki decyzji podejmowanych przez graczy są zależne od decyzji innych graczy. Zakłada się, że gracze są racjonalni, co oznacza, że powinni oni dążyć do maksymalizacji swoich funkcji użyteczności. Ponadto każdy z nich powinien wiedzieć, że pozostali są racjonalni, a także to, że oni wiedzą, że on o tym wie, i tak dalej *ad infinitum*. Dążąc do maksymalizacji zysku, uczestnicy gry mogą wybierać strategie czyste bądź dokonywać wyborów na loteriach, tzn. decydować się na poszczególne strategie czyste z określonym prawdopodobieństwem. Kombinacja strategii wybranych przez graczy implikuje wynik gry. Każdemu wynikowi przypisane są wypłaty wyrażone liczbami rzeczywistymi (Riechmann, 2014, s. 19–20, 31–32).

Głównym celem analiz teoriogrowych jest odnalezienie optymalnych strategii graczy, tzn. będących najlepszymi odpowiedziami na siebie nawzajem. Innymi słowy, chodzi o sytuację, w której żaden gracz, zmieniając swoją strategię, niczego nie uzyska, jeśli pozostali postanowią pozostać przy swoich wyborach. Para takich strategii nazywana jest równowagą Nasha. Równowaga Nasha nie zawsze bywa optymalna w sensie Pareto, może się bowiem zdarzyć, że w grze będzie istnieć wynik gwarantujący obu rywalizującym podmiotom wyższe wypłaty bądź tylko jednemu z nich wyższą, a drugiemu taką samą (Straffin, 2004, s. 1–2, 85–87). Równowaga paretooptymalna z kolei może wyraźnie faworyzować tylko jednego z graczy. Jak zatem należy postąpić, aby zakończyć rozgrywkę rezultatem akceptowalnym dla obu stron konfliktu? Jedną z możliwości jest dopuszczenie arbitrażu.

Warunkiem koniecznym zakończenia gry rozwiązaniem arbitrażowym jest jedno-myślność graczy. Akceptacja wyniku przez obydwie strony konfliktu jest niezwykle istotna, gdyż rozwiązanie przyjęte niejednomyślnie może zostać w przyszłości zakwestionowane. Ważne także, aby rezultat uzgodniony jednomyślnie był lepszy dla uczestników interakcji niż jakiekolwiek inne rozwiązanie przyjęte bez ich pełnej zgody. Gdyby gracze nie doszli do porozumienia, to gra powinna zostać zakończona z góry ustalonym mniej korzystnym rozwiązaniem *status quo* (SQ), które mogą tworzyć np. poziomy bezpieczeństwa graczy (Lissowski, 2008, s. 329–330). John F. Nash (1950) sformułował cztery aksjomaty charakteryzujące dobry schemat arbitrażowy:

- 1) aksjomat racjonalności – rozwiązanie powinno należeć do zbioru negocjacyjnego (zbioru wyników paretooptymalnych nie niższych dla żadnego z graczy niż SQ);
- 2) aksjomat niezależności od przekształceń liniowych – rozwiązanie nie powinno zależeć od liniowych przekształceń funkcji użyteczności graczy;
- 3) aksjomat symetrii – symetryczny problem negocjacyjny powinien determinować wynik nierozróżniający podmiotów zawierających porozumienie; aksjomat ten odzwierciedla równy potencjał i umiejętności negocjacyjne obydwu graczy;

<sup>2</sup> Użyte w pracy formalizmy wymagają od czytelnika znajomości matematyki na poziomie szkoły średniej.

4) aksjomat niezależności od alternatyw niezwiązanych – jeżeli w ramach wieloboku wypłat  $P$ , do którego należą punkty SQ oraz N (wynik arbitrażu), istnieje wielobok  $Q$ , również zawierający punkty SQ i N, to przy zachowaniu SQ jako *status quo* dla  $Q$ , rozwiązanie N powinno być rozwiązaniem także dla  $Q$ .

Zgodnie z twierdzeniem podanym przez Nasha, istnieje jeden schemat arbitrażowy spełniający powyższe aksjomaty. Jeżeli wielobok wypłat zawiera punkt SQ o współrzędnych  $(x_0, y_0)$ , to rozwiązaniem arbitrażowym jest taki punkt N należący do tego wieloboku, o współrzędnych  $(x, y)$ , gdzie  $(x, y) \geq (x_0, y_0)$ , który maksymalizuje wartość iloczynu  $(x - x_0)(y - y_0)$ . Schemat ten określany jest w literaturze specjalistycznej mianem aksjomatycznego modelu przetargu Nasha bądź krócej – schematem arbitrażowym Nasha (Straffin, 2004, s. 134–138; Humphreys, 2017, s. 70–71).

W dalszej części artykułu zaprezentowano dwa przykłady jednoetapowych gier 2×2 w postaci strategicznej. Dla każdej gry podano rozwiązanie arbitrażowe Nasha. Kryterium rozróżniającym gry uczyniono symetrię wypłat.

### Przykład gry 2×2 o wypłatach symetrycznych

Zgodnie z podstawowymi założeniami ogólnego modelu gier 2×2 o wypłatach symetrycznych<sup>3</sup>, Karol i Zosia niezależnie od siebie wybierają jedną z dwu strategii: współpraca (C – *cooperation*) lub odmowa współpracy (D – *defection*). Wypłaty, które mogą uzyskać na skutek obrania C lub D, oznaczono następującymi literami: R (*reward*) – nagroda za obopólną współpracę, P (*punishment*) – kara za wzajemną defekcję, T (*temptation*) – wypłata dla gracza, który zdradził, gdy przeciwnik kooperował, S (*sucker*) – wypłata za współpracę, gdy przeciwnik zdradził.

Tabela 1

**Macierz wypłat ogólnego modelu gier 2×2  
o wypłatach symetrycznych**

Karol \ Zosia	C	D
C	R, R	S, T
D	T, S	P, P

$(x, y)$  = wypłata Karola, wypłata Zosi.

**Źródło:** Opracowanie własne.

W literaturze przedmiotu istnieje spory katalog gier 2×2 o wypłatach symetrycznych. Do najbardziej znanych zaliczyć należy: dylemat więźnia, chicken<sup>4</sup>, walkę płci, impas czy polowanie na jelenia. W niniejszym ustępie analizom poddano grę zachowującą schemat interakcji typu chicken. Warunkiem formalnym zaistnienia gry o takiej właśnie charakterystyce jest spełnienie następującej nierówności:  $T > R > S > P$ . Determinuje ona trzy

<sup>3</sup> O symetrii decyduje zachowanie proporcji (równości stosunków) pomiędzy poszczególnymi wypłatami.

<sup>4</sup> W literaturze polskojęzycznej chicken bywa tłumaczony jako gra w cykora bądź gra w tchórza. Wielu autorów pozostaje jednak przy oryginalnej nazwie. Praktyka ta została podtrzymana w niniejszym artykule.

równowagi Nasha – dwie w strategiach czystych (C, D) i (D, C) oraz jedną w strategiach mieszanych<sup>5</sup>. W chicken żaden z graczy nie posiada strategii dominującej, jak to ma miejsce np. w dylemacie więźnia<sup>6</sup>. Nie istnieje zatem prosta wskazówka podpowiadająca uczestnikom gry, jak powinni się zachować, tzn. do której równowagi dążyć. W takim wypadku na ich wybory wpływ będą miały przewidywania decyzji przeciwnika. Jeśli uznają, że za wszelką cenę będzie on dążyć do konfrontacji, to powinni ustąpić, minimalizując tym samym ewentualne straty, i na odwrót – jeśli dojdą do przekonania, że dopuszcza on rozwiązanie kooperacyjne, to powinni zagrać D, licząc na zgarnięcie pełnej puli. Problem polega jednak na tym, że w drugim przypadku błąd w ocenie zamiarów rywala doprowadzi obu graczy w pole kar (D, D), co stanowi najgorszy rezultat z możliwych (Rapoport, Chammah, 1969, s. 151–154; Haman, 2014, s. 42–44; Riechmann, 2014, s. 44–45).

Zilustrujmy omawiany schemat interakcji przykładem. W grze uczestniczą dwie partie polityczne tworzące rząd koalicyjny. Przyjmijmy, że będą to Niebiescy (gracz wierszowy) i Zieloni (gracz kolumnowy). Pomiędzy koalicjantami dochodzi do sporu na tle ustrojowym. Założmy, że kością niezgody jest projekt ustawy przewidującej reformę sądownictwa. Zbiór strategii każdego z graczy składa się z dwóch elementów: C – współpraca (pójście na ustępstwa) i D – odmowa współpracy (dążenie do konfrontacji). Gra dopuszcza cztery kombinacje strategii:

- (C, C) prowadzącą do wyniku (1, 1) – swoje żądania ograniczają obie partie, dochodząc finalnie do porozumienia;
- (C, D) prowadzącą do wyniku (0, 2) – na ustępstwa idą wyłącznie Niebiescy;
- (D, C) prowadzącą do wyniku (2, 0) – na ustępstwa idą wyłącznie Zieloni;
- (D, D) prowadzącą do wyniku (–1, –1) – dochodzi do eskalacji konfliktu, wskutek czego koalicja się rozpada.

Tabela 2

## Gra o schemacie interakcji typu chicken

Niebiescy \ Zieloni	C	D
C	1, 1	0, 2*
D	2, 0*	–1, –1

(x, y) = wypłata Niebieskich, wypłata Zielonych.

\* Równowagi Nasha w strategiach czystych.

**Źródło:** Opracowanie własne.

Gra ma dwie równowagi Nasha w strategiach czystych (C, D) i (D, C). Ich interpretacja nie powinna nastręczać większych trudności. W sytuacji gdy przeciwnik jest dostatecznie zdeterminowany, a jego groźby charakteryzuje wysoki stopień wiarygodności, lepiej ustąpić, aby utrzymać się przy władzy, zwłaszcza jeśli sondaże pokazują, że przeprowadzenie wcześniejszych wyborów jest w danym momencie rozwiązaniem najmniej korzystnym.

Oprócz równowag w strategiach czystych w grze występuje również jedna równowaga w strategiach mieszanych. Z uwagi na to, że wypłaty są symetryczne wystarczy

<sup>5</sup> Jedynie równowagi w strategiach czystych są paretooptymalne.

<sup>6</sup> W dylemacie więźnia  $T > R > P > S$ . Różnica polega zatem na zamianie wartości wypłaty frajera z wartością wypłaty za wzajemną zdradę.

policzyć strategię mieszaną jednego z graczy. Załóżmy zatem, że Niebiescy wybierają strategię C z prawdopodobieństwem  $p$ , a strategię D z prawdopodobieństwem  $(1 - p)$ . Przyjmując  $u_{\text{Zieloni}}(C) \sim u_{\text{Zieloni}}(D)$  (obojętność Zielonych wobec wypłat związanych z obraniem C lub D) szukamy takiego  $p$ , że:

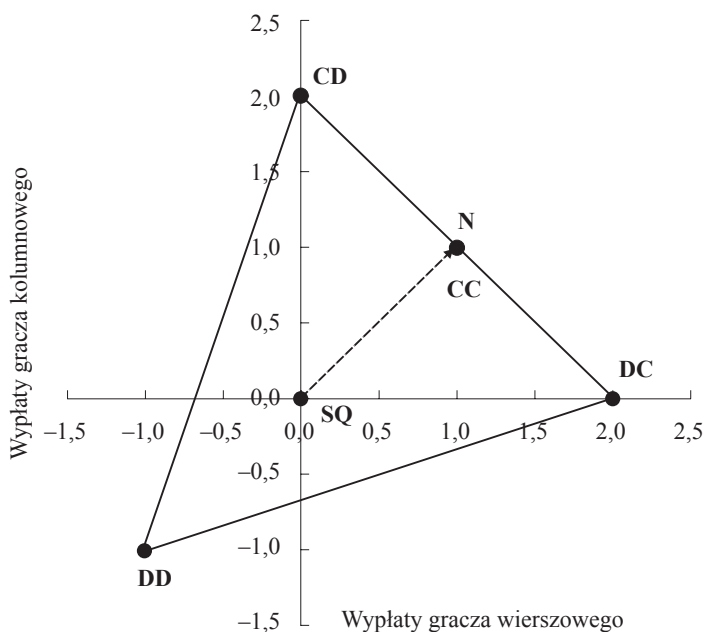
$$1p + 0(1 - p) = 2p - 1(1 - p), \quad (1)$$

co po przekształceniu daje  $p = \frac{1}{2}$ . W efekcie otrzymujemy profil strategii, zgodnie z którym gracze powinni wybierać każdą z dostępnych im opcji z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$ .

W takiej sytuacji prawdopodobieństwo wyboru określonej kombinacji strategii wynosi  $\frac{1}{4}$ , natomiast wartość oczekiwana wypłaty każdego z graczy równa się  $\frac{1}{2}$ .

Równowagi w strategiach czystych są wprawdzie paretooptymalne, jednak każda z nich wyraźnie faworyzuje tylko jednego gracza. Równowaga w strategiach mieszanych daje możliwość osiągnięcia wyniku o charakterze kooperacyjnym, jednak wysokość tworzących go wypłat pozostawi uczestnikom gry uczucie niedosytu. W jaki sposób wobec tego zakończyć rozgrywkę wynikiem, który mógłby zostać zaakceptowany przez obie strony konfliktu?

Jedno z rozwiązań powyższego problemu dostarcza schemat arbitrażowy Nasha. Wartości wypłat z tabeli 2 naniesione na układ współrzędnych przyjmują postać wieloboku (rys. 1). Ponieważ jest on symetryczny względem linii  $y = x$  przechodzącej przez punkt



Rys. 1. Rozwiązanie arbitrażowe Nasha

Źródło: Opracowanie własne.



$SQ = (0, 0)^7$ , należy spodziewać się, że rozwiązanie Nasha będzie leżeć właśnie na tej linii (aksjomat 3). Jednocześnie rozwiązanie to musi należeć do zbioru negocjacyjnego (aksjomat 1) – odcinka łączącego punkty  $(0, 2)$  (rezultat faworyzujący Zielonych) i  $(2, 0)$  (rezultat faworyzujący Niebieskich), a także odznaczać się najwyższą wartością iloczynu  $(x - 0)(y - 0)$ . Nietrudno wskazać jego wynik, przeprowadźmy jednak obliczenia.

Odcinek tworzący zbiór negocjacyjny opisuje równanie:

$$y = -x + 2. \quad (2)$$

Zatem wyrażenie podlegające maksymalizacji, to

$$(x - 0)(-x + 2 - 0) = -x^2 + 2x. \quad (3)$$

Iloczyn osiąga wartość maksymalną, gdy  $x = 1$  i  $y = 1$ , co stanowi wynik korzystniejszy od przyjętego *status quo*. Sprawiedliwości rozwiązania Nasha upatrywać należy w równej odległości, która dzieli je na płaszczyźnie układu współrzędnych od wyniku najlepszego dla Niebieskich i wyniku najlepszego dla Zielonych.

### Przykład gry 2×2 o wypłatach asymetrycznych

Zgodnie z ogólnym modelem asymetrycznych gier 2×2, Karol dysponuje następującymi wypłatami:  $R_K, T_K, S_K$  i  $P_K$ , z kolei Zosia:  $R_Z, T_Z, S_Z$  i  $P_Z$ . Indeksy dolne w powyższych oznaczeniach wskazują, że relacje między wypłatami ustalane są osobno dla każdego z graczy.

Tabela 3

**Macierz wypłat ogólnego modelu gier 2×2  
o wypłatach asymetrycznych**

Karol \ Zosia	C	D
C	$R_K, R_Z$	$S_K, T_Z$
D	$T_K, S_Z$	$P_K, P_Z$

$(x, y)$  = wypłata Karola, wypłata Zosi.

**Źródło:** Opracowanie własne.

Struktury wypłat obu graczy w grach asymetrycznych mogą należeć do tego samego schematu interakcji, np. obaj gracze grać będą dylematem więźnia, lub do odmiennych schematów, np. Karol grać będzie dylematem więźnia, a Zosia impasem (Haman, 2014, s. 151–152). Gra omówiona poniżej prezentuje drugi przypadek.

Załóżmy, że w rozgrywce uczestniczą dwa państwa prowadzące na dwóch różnych frontach operacje militarne przeciwko wspólnemu wrogowi. Stoją one przed następującą decyzją: współpraca – strategia C bądź odmowa współpracy – strategia D w kwestiach wymiany informacji wywiadowczych oraz technologii wojskowych. Państwo A ma strukturę wypłat typu chicken:  $T > R > S > P$ , gdzie  $R = 1, T = 2, S = 0, P = -1$ , natomiast państwo B dysponuje strukturą wypłat charakteryzującą polowanie na jelenia:  $R > T \geq P > S^8$ , gdzie  $R = 3, T = 2, S = -1, P = 2$ . W grze możliwe są następujące kombinacje strategii:

<sup>7</sup> Punkt SQ wyznaczają poziomy bezpieczeństwa graczy.

<sup>8</sup> W symetrycznym polowaniu na jelenia występują dwie równowagi Nasha w strategiach czystych: (C, C) oraz (D, D); tylko pierwsza jest pareto optymalna.

- (C, C) prowadząca do wyniku (1, 3) – obaj gracze kooperują;
- (C, D) prowadząca do wyniku (0, 2) – państwo A kooperuje, państwo B zdradza;
- (D, C) prowadząca do wyniku (2, -1) – państwo A zdradza, państwo B kooperuje;
- (D, D) prowadząca do wyniku (-1, 2) – gra kończy się wzajemną zdradą.

Tabela 4

**Gra o schemacie interakcji chicken \ polowanie na jelenia**

Państwo A \ państwo B	C	D
C	1, 3	0, 2
D	2, -1	-1, 2

(x, y) = wypłata państwa A, wypłata państwa B.

**Źródło:** Opracowanie własne.

Analiza wypłat zawartych w tabeli 4 pokazuje, że państwo A znajduje się w gorszym położeniu niż przeciwnik. Z jednej strony, aby móc efektywnie kontynuować działania wojenne, potrzebuje pomocy państwa B, z drugiej zaś, współpracując, wzmocni i tak już mającego przewagę rywala. Najbardziej pożądanym wynikiem dla państwa A jest więc para strategii (D, C)<sup>9</sup>. W pozostałych przypadkach uzyska ono znacznie mniej niż państwo B (C, C), niczego nie uzyska, ale również niczego nie straci (C, D) lub poniesie straty (D, D).

Gra nie ma równowag Nasha w strategiach czystych, istnieje natomiast jedna równowaga w strategiach mieszanych. Załóżmy, że państwo A wybiera strategię C z prawdopodobieństwem  $p$ , a strategię D z prawdopodobieństwem  $(1 - p)$ . Następnie przyjmijmy, że państwo B decyduje się na strategię C z prawdopodobieństwem  $q$ , zaś na strategię D z prawdopodobieństwem  $(1 - q)$ . Przyjmując  $u_{\text{państwo B}}(C) \sim u_{\text{państwo B}}(D)$  szukamy takiego  $p$ , że:

$$3p - 1(1 - p) = 2p + 2(1 - p), \quad (4)$$

co po przekształceniu daje  $p = \frac{3}{4}$ . Przyjmując natomiast  $u_{\text{państwo A}}(C) \sim u_{\text{państwo A}}(D)$ , szukamy takiego  $q$ , że:

$$1q + 0(1 - q) = 2q - 1(1 - q), \quad (5)$$

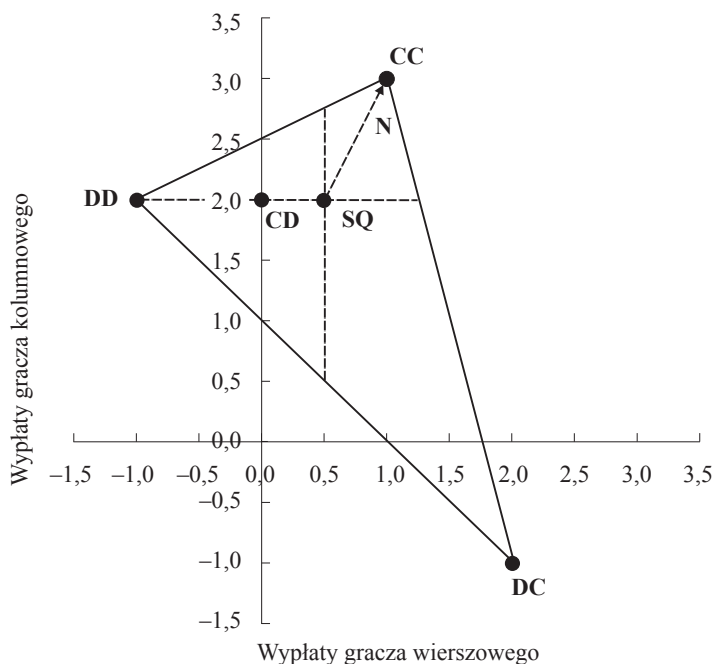
co daje  $q = \frac{1}{2}$ . Finalnie otrzymujemy profil strategii, zgodnie z którym państwo A powinno wybierać C z prawdopodobieństwem  $\frac{3}{4}$ , a D z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{4}$ , natomiast państwo B powinno wybierać tak C, jak i D z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$ . Randomizując swoje strategie, gracz wierszowy może spodziewać się średniej wypłaty w wysokości  $\frac{1}{2}$  jednostki użyteczności, a gracz kolumnowy – w wysokości 2 jednostek.

Geometryczną reprezentację rozwiązania arbitrażowego Nasha dla analizowanej gry, przy  $SQ = (\frac{1}{2}, 2)$ <sup>10</sup>, oddaje poniższy rysunek.

<sup>9</sup> Należy mieć jednak na uwadze, że granie strategią D przez państwo A jest obarczone wyższym ryzykiem niż wybór strategii C. Konstatacja ta znajduje potwierdzenie w strategii mieszanej państwa A.

<sup>10</sup> Wynik ten gracze mogą sobie zagwarantować w wypadku załamania się negocjacji. Odpowiada on równowadze Nasha.





Rys. 2. Rozwiązanie arbitrażowe Nasha

Źródło: Opracowanie własne.

Prostą zawierającą zbiór negocjacyjny opisuje równanie:

$$y = -4x + 7. \quad (6)$$

Wobec tego wyrażenie podlegające maksymalizacji przyjmuje postać:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)(-4x + 7 - 2) = -4x^2 + 7x - 2\frac{1}{2}. \quad (7)$$

Iloczyn osiąga wartość maksymalną, gdy  $x = \frac{7}{8}$ , a  $y = 3\frac{1}{2}$ . Jako, że wynik ten leży poza zbiorem negocjacyjnym, rozwiązaniem arbitrażowym jest najbliższy mu punkt ze zbioru negocjacyjnego, a więc (C, C) o współrzędnych (1, 3)<sup>11</sup>.

### Podsumowanie

Teoria gier stanowi jedno z podstawowych narzędzi naukowej analizy zjawisk społecznych. W politologii znajduje ona zastosowanie w badaniach zachowań wyborczych i zachowań legislacyjnych, w analizach procesów formowania koalicji politycznych oraz

<sup>11</sup> Rozwiązanie arbitrażu nie uległoby zmianie, gdyby SQ tworzyły poziomy bezpieczeństwa graczy.

w analizach zagadnień związanych z demokratyzacją, bezpieczeństwem narodowym i konfliktami zbrojnymi. W niniejszym artykule omówiono dwa przykłady możliwych zastosowań. Pierwszy dotyczy stosunków między partiami politycznymi tworzącymi koalicję rządową, drugi – współpracy wojskowej państw prowadzących działania zbrojne przeciwko wspólnemu wrogowi. W analizach wykorzystano modele symetrycznych oraz asymetrycznych gier 2×2 w postaci strategicznej.

Wybór gier 2×2 był podyktowany głównie ich prostotą. Pozwalają one uchwycić istotę rozpatrywanych problemów przy użyciu niezbyt skomplikowanych operacji matematycznych. Sytuacja strategiczna w takim wypadku ulega redukcji do dwóch graczy stojących przed wyborem dwóch alternatyw: strategii kooperacyjnej lub strategii niekooperacyjnej. Wybór jednej bądź drugiej wiąże się z otrzymaniem określonych wypłat. W zależności od przyjętego schematu interakcji (typu gry) ustalane są odpowiednie relacje między wypłatami. W polowaniu na jelenia jest to struktura w postaci:  $R > T \geq P > S$ , a na przykład w chicken:  $T > R > S > P$ .

Modele gier 2×2 znacznie upraszczają badaną rzeczywistość. Takie ujęcie może się spotykać ze sprzeciwem uczonych upatrujących w redukcjonizmie praktyki badawczej nadmiernie zubażającej bogaty świat relacji międzyludzkich. Nie jest to jednak pogląd możliwy do utrzymania na gruncie metodologii nauk, gdyż „...redukcjonizm to pewna strategia badawcza pozwalająca na penetrację złożonych systemów, których inaczej w ogóle nie można byłoby poddać naukowemu poznaniu. Uczonych interesuje w końcu złożoność, a nie prostota. Redukcjonizm jest tylko sposobem poznania tej złożoności. Pozbawiony elementów redukcjonizmu zachwyt nad złożonością jest charakterystyczny dla sztuki. Nauka to zachwyt nad złożonością połączony z praktyką redukcjonizmu” (Wilson, 2011, s. 71).

### Bibliografia

- Haman J. (2014), *Gry wokół nas. Socjolog i teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.
- Humphreys M. (2017), *Political Games: Mathematical Insights on Fighting, Voting, Lying & Other Affairs of State*, W.W. Norton & Company, New York–London.
- Komendant-Brodowska A. (2009), *Grzech zaniechania. Świadkowie przemocy szkolnej w perspektywie teorii gier*, „Decyzje”, nr 11, s. 5–47, <http://journal.kozminski.edu.pl/ind ex.php/decyzje/article/view/114/97>, 20.07.2017.
- Liang X., Xiao Y. (2013), *Game theory for network security*, „IEEE Communications Surveys & Tutorials”, vol. 15, nr 1, s. 472–486, [http://yangxiao.cs.ua.edu/IEEE\\_COMST\\_ga me\\_2013.pdf](http://yangxiao.cs.ua.edu/IEEE_COMST_ga me_2013.pdf), 10.07.2017.
- Lissowski G. (2008), *Zasady sprawiedliwego podziału dóbr*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.
- Maynard Smith J., Price G. R. (1973), *The logic of animal conflict*, „Nature”, vol. 246, s. 15–18, <ftp://oceane.obs-vlfr.fr/pub/irisson/papers/Maynard%20Smith1973-The%20logic%20of%20animal%20conflict00.pdf>, 20.07.2017.
- Nash J. F. (1950), *The bargaining problem*, „Econometrica”, vol. 18, nr 2, s. 155–162, <http://www.eecs.harvard.edu/cs286r/courses/spring02/papers/nash50a.pdf>, 24.07.2017.
- Rapoport A., Chammah A. M. (1969), *The game of chicken*, w: *Game Theory in the Behavioral Sciences*, red. I. B. Buchler, H. G. Nutini, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, s. 151–175.
- Riechmann T. (2014), *Spieltheorie*, Verlag Franz Vahlen, München.

- Schelling T. C. (1960), *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge, MA, wyd. polskie: *Strategia konfliktu*, przeł. J. Stawiński, Wolters Kluwer, Warszawa 2013.
- Straffin P. D. (2004), *Teoria gier*, przeł. J. Haman, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.
- Von Neumann J., Morgenstern O. (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton.
- Wilson E. O. (2011), *Konsiliencja. Jedność wiedzy*, przeł. J. Mikos, Zysk i S-ka, Poznań.

---

### **Finding simplicity in complexity. Selected applications of $2 \times 2$ games in the study of political phenomena**

#### **Summary**

The aim of this paper is to explore the use of  $2 \times 2$  games in the study of political phenomena. Basic theoretical issues are discussed and sample applications presented. The theoretical issues include the Nash equilibrium, Pareto optimality and axioms defining the Nash arbitration scheme. Two categories of examples using  $2 \times 2$  games in political studies are presented: games with symmetrical payoffs and games with non-symmetrical payoffs. In the former category, the relationships between individual payoffs are the same for both players, while in the latter, they are established separately for each participant of the game. The analyses are based on interaction schemes of the Chicken-and-Stag-Hunt type. Game models applied are strategic in form. The payoffs for players are presented graphically (as polygons) in coordinate systems.

The analyses conducted present the undisputed advantages of using game-theory models in political science studies. Firstly, game-theory models reduce the phenomena analyzed to their bare essentials and, hence, help researchers focus on the key aspects of each phenomenon. Secondly, the language of mathematics used in game theory is characterized by outstanding accuracy and intersubjective communicability. Finally, the application of game theory tools does not require in-depth knowledge of mathematics.

**Key words:** game theory,  $2 \times 2$  games, Chicken game, Stag-Hunt game, political phenomena, political science